

# Banco de Dados

## Módulo 5 - Modelo Relacional Normalização

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA  
DO RIO DE JANEIRO



# Tópicos

- Introdução a Normalização
- Teoria da Normalização

# Introdução a Normalização

- Normalização:
  - ▶ Processo de **decomposição** de um esquema de relação em outros esquemas de relação que:
    - não têm informação redundante, que poderia gerar problemas de atualização
    - mantem a semântica original dos dados:
      - mesmo conjunto de restrições de integridade
      - sem perda de dados e seus relacionamentos

# Introdução a Normalização

- Principais conceitos envolvidos:
  - ▶ Dependências funcionais (FDs):
    - capturam a semântica dos dados
  - ▶ Junção natural:
    - ajuda a capturar o conceito de perda de dados
  - ▶ Formas Normais (NFs):
    - definem quando um esquema de relação está livre de (certas) redundâncias
  - ▶ Algoritmos de decomposição:
    - entrada:** esquema de relação R + conjunto de FDs sobre R
    - saída:** conjunto de esquemas de relação em uma dada NF
    - propriedade:** mantém a semântica original dos dados

# Introdução a Normalização

## ■ Exemplo:

- ▶ esquema de relação inicial:

Turma[Cod, Id, End,  
CPF not null, Nome]

Turma: Cod, Id → CPF

Turma: CPF → Nome

Turma	Cod	Id	End	CPF	Nome
	inf1731	A	L520	299978	Pedro
	inf1731	A	L512	299978	Pedro
	inf2324	A	L520	317496	Manuel
	inf1732	A	L510	317496	Manuel

## ■ Problema 1:

- ▶ CPF **depende de parte da chave** de Turma, pois vale  
Turma: Cod, Id → CPF
- ▶ ou seja, Turma não está na *Segunda Forma Normal (2NF)*
- ▶ logo, há redundância na representação de CPF em Turma
- ▶ intuitivamente, o professor responsável pela Turma é representado repetidamente, uma vez para cada sala

# Introdução a Normalização

## ■ Exemplo (cont.):

- ▶ decomposição 1  
("Resp extraído de Turma"):

Turma[Cod, Id, End]  
Resp[Cod, Id, CPF not null, Nome]

Resp: Cod, Id → CPF  
Resp: CPF → Nome

Turma	Cod	Id	End
	inf1731	A	L520
	inf1731	A	L512
	inf2324	A	L520
	inf1732	A	L510

## ■ Problema 2:

- ▶ Nome **depende transitivamente** da chave de Resp, pois valem  
Resp: Cod, Id → CPF e  
Resp: CPF → Nome
- ▶ ou seja, Resp não está na *Terceira Forma Normal (3NF)*

Resp	Cod	Id	CPF	Nome
	inf1731	A	299978	Pedro
	inf2324	A	317496	Manuel
	inf1732	A	317496	Manuel

# Introdução a Normalização

## ■ Exemplo (cont.):

- ▶ decomposição 2  
("Prof extraído de Resp"):

Turma[Cod, Id, End]  
Resp[Cod, Id, CPF not null]  
Prof[CPF, Nome]

Resp: Cod, Id → CPF  
Prof: CPF → Nome

## ■ Propriedades:

- ▶ todas as FDs são consequência das chaves dos esquemas, ou seja, os esquemas estão em *Boyce-Codd Normal Form (BCNF)*
- ▶ FDs originais estão representadas
- ▶ relação original pode ser reconstruída por junção natural

Turma	Cod	Id	End
	inf1731	A	L520
	inf1731	A	L512
	inf2324	A	L520
	inf1732	A	L510

Resp	Cod	Id	CPF
	inf1731	A	299978
	inf2324	A	317496
	inf1732	A	317496

Prof	CPF	Nome
	299978	Pedro
	317496	Manuel

# Introdução a Normalização

- Exemplo (cont.):

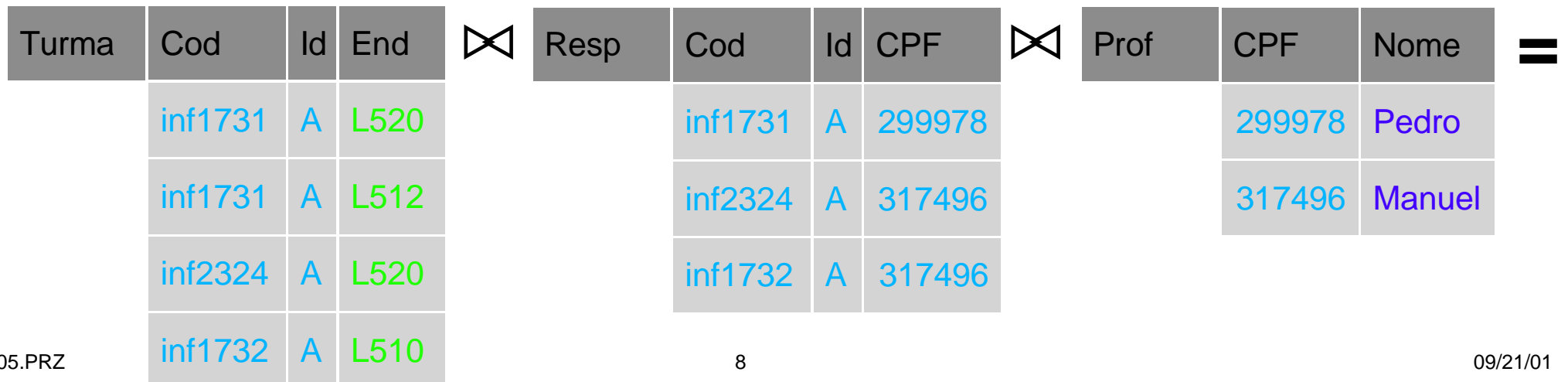
- decomposição final:

Turma[Cod, Id, End]  
 Resp[Cod, Id, CPF not null]  
 Prof[CPF, Nome]

Resp: Cod, Id → CPF

Prof: CPF → Nome

Turma	Cod	Id	End	CPF	Nome
	inf1731	A	L520	299978	Pedro
	inf1731	A	L512	299978	Pedro
	inf2324	A	L520	317496	Manuel
	inf1732	A	L510	317496	Manuel



# Teoria da Normalização

- Dependência Funcional:

- ▶ uma *dependência funcional* para R

é uma expressão da forma  $R: X \rightarrow Y$

onde X e Y são listas de atributos de R

- ▶ um estado **s** é *consistente* com  $R: X \rightarrow Y$  sse

para quaisquer t e u em  $\mathbf{s}(R)$ , se  $t[X] = u[X]$  então  $t[Y] = u[Y]$

- Exemplo:

Turma[Cod, Id, End, CPF, Nome]

Turma: Cod, Id  $\rightarrow$  CPF

Turma: CPF  $\rightarrow$  Nome

inf1731	A	L520	299978	Joaquim
inf1731	A	L512	299978	Joaquim
inf2324	A	L520	319732	Manoel

# Teoria da Normalização

- Conseqüência lógica de um conjunto de dependências:
  - ▶ Seja  $\Sigma$  um conjunto de dependências sobre R.  
Seja  $\sigma$  uma dependência sobre R.
  - ▶ Dizemos que  $\sigma$  é *conseqüência lógica* de  $\Sigma$ , denotado  $\Sigma \models \sigma$ , sse todo estado consistente com todas as dependências em  $\Sigma$  também é consistente com  $\sigma$
- Exemplo:

Turma[Cod, Id, End, CPF, Nome]

$\Sigma = \{ \text{Turma: Cod, Id} \rightarrow \text{CPF}$   
 $\text{Turma: CPF} \rightarrow \text{Nome} \}$

$\sigma = \text{Turma: Cod, Id} \rightarrow \text{Nome}$

$\Sigma \models \sigma$

inf1731	A	L520	299978	Joaquim
inf1731	A	L512	299978	Joaquim
inf2324	A	L520	319732	Manoel

# Teoria da Normalização

- Sistema de dedução **A** para dependências funcionais:

- ▶ Axioma:

- Reflexividade:  $\vdash R: X \rightarrow Y$   
onde  $X$  é qualquer lista de atributos de  $R$   
e  $Y$  é qualquer sublista de  $X$

- ▶ Regras de Dedução:

- Aumento:  $R: X \rightarrow Y \vdash R: X, Z \rightarrow Y, Z$   
onde  $Z$  é uma lista de atributos de  $R$
- Transitividade:  $R: X \rightarrow Y, R: Y \rightarrow Z \vdash R: X \rightarrow Z$

# Teoria da Normalização

- Dedução:
  - ▶ uma dedução de  $\sigma$  a partir de  $\Sigma$ , usando **A**, é uma seqüência de dependências funcionais  $\sigma_1, \dots, \sigma_n$  tal que  $\sigma_n = \sigma$  e, para cada dependência  $\sigma_i$ :
    - $\sigma_i$  ocorre em  $\Sigma$ , ou
    - $\sigma_i$  é um axioma de **A**, ou
    - $\sigma_i$  pode ser deduzida de  $\sigma_j$ , onde  $j < i$ , usando a regra de aumento, ou
    - $\sigma_i$  pode ser deduzida de  $\sigma_j$  e  $\sigma_k$ , onde  $j, k < i$ , usando a regra de transitividade

# Teoria da Normalização

## ■ Exemplo:

Turma[Cod, Id, End, CPF, Nome]

$\Sigma = \{ \text{Turma: Cod, Id} \rightarrow \text{CPF}, \text{Turma: CPF} \rightarrow \text{Nome} \}$

$\sigma = \text{Turma: Cod, Id, End} \rightarrow \text{Nome, End}$

Dedução de  $d$  a partir de  $\mathbf{D}$ :

1. Turma: Cod, Id  $\rightarrow$  CPF (em  $\Sigma$ )
2. Turma: CPF  $\rightarrow$  Nome (em  $\Sigma$ )
3. Turma: Cod, Id  $\rightarrow$  Nome (de 1 e 2 por transitividade)
4. Turma: Cod, Id, End  $\rightarrow$  Nome, End (de 3 por aumento)

# Teoria da Normalização

- Teorema de um conjunto de dependências:
  - ▶ Seja  $\Sigma$  um conjunto de dependências funcionais sobre  $R$ .  
Seja  $\sigma$  uma dependência funcional sobre  $R$ .
  - ▶ Dizemos que  $d$  é um *teorema* de  $\Sigma$  em **A**, denotado  $\Sigma \vdash \sigma$ ,  
sse existe uma dedução de  $\sigma$  a partir de  $\Sigma$  usando **A**
  
- Propriedade fundamental:

$$\Sigma \models \sigma \quad \text{sse} \quad \Sigma \vdash \sigma$$

# Teoria da Normalização

- Fecho de um conjunto de dependências funcionais:
  - ▶ Seja  $R$  um esquema de relação  
 $\Sigma$  um conjunto de dependências sobre  $R$ .
  - ▶ O *fecho* de  $\Sigma$ , denotado  $\Sigma^+$ , é o conjunto de todas as dependências funcionais  $R: X \rightarrow Y$  tais que  $\Sigma \models R: X \rightarrow Y$  (ou, equivalentemente,  $\Sigma \vdash R: X \rightarrow Y$ )

# Teoria da Normalização

- Fecho de um conjunto de atributos:
  - ▶ Seja  $R$  um esquema de relação  
 $\Sigma$  um conjunto de dependências sobre  $R$   
e  $X$  uma lista de atributos de  $R$ .
  - ▶ O *fecho* de  $X$  por  $\Sigma$ , denotado  $X^+$ ,  
é o conjunto de todos os atributos  $A$  de  $R$   
tais que  $\Sigma \models R: X \rightarrow A$  (ou, equivalentemente,  $\Sigma \vdash R: X \rightarrow A$ )
  - ▶ Um atributo  $A$  *depende funcionalmente* de  $X$  (em presença de  $\Sigma$ )  
sse  $A$  pertence ao fecho de  $X$  por  $\Sigma$ .

# Teoria da Normalização

- Exemplo:

Turma[Cod, Id, End, CPF, Nome]

$\Sigma = \{ \text{Turma: Cod, Id} \rightarrow \text{CPF} , \text{Turma: CPF} \rightarrow \text{Nome} \}$

$X = \text{Cod, Id}$

$X^+ = \{ \text{Cod, Id, CPF, Nome} \}$

Logo,

Nome depende funcionalmente de Cod, Id

# Teoria da Normalização

- Superchave, chave candidata, atributos primos:
  - ▶ Seja  $R$  um esquema de relação  
 $\Sigma$  o conjunto de dependências definidos para  $R$ .
  - ▶ Uma lista  $K$  de atributos de  $R$  é uma *superchave de  $R$  por  $\Sigma$*  sse o fecho de  $K$  por  $\Sigma$  contém todos os atributos de  $R$
  - ▶ Uma superchave  $K$  de  $R$  é uma *chave candidata de  $R$  por  $\Sigma$*  sse nenhuma sublista de  $K$  é uma superchave de  $R$  por  $\Sigma$
  - ▶ Um atributo  $A$  de  $R$  é *primo* por  $\Sigma$  sse pertence a alguma chave candidata de  $R$  por  $\Sigma$ ; caso contrário, o atributo é *não-primo* por  $\Sigma$ .

# Teoria da Normalização

## ■ Junção Natural:

- ▶ Sejam  $\mathbf{B}=(B_1, \dots, B_m)$  e  $\mathbf{C}=(C_1, \dots, C_n)$  listas de atributos.
- ▶ Sejam  $S[\mathbf{B}]$  e  $T[\mathbf{C}]$  esquemas de relação sobre  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{C}$ .
- ▶ Suponha que  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{C}$  tenham  $k$  atributos em comum.
- ▶ Seja  $\mathbf{s}$  um estado para  $S$  e  $T$ .
  
- ▶ A expressão  $S \bowtie T$  denota a *junção natural* de  $S$  e  $T$
  
- ▶ Estende-se  $\mathbf{s}$  para  $S \bowtie T$  de tal forma que  $\mathbf{s}(S \bowtie T)$  é o conjunto de todas as tuplas  $t = (t_1, \dots, t_k, t_{k+1}, \dots, t_{m+n-k})$  tais que  $t[\mathbf{B}] \in \mathbf{s}(S)$  e  $t[\mathbf{C}] \in \mathbf{s}(T)$

# Teoria da Normalização

## ■ Exemplo:

Cod	Id	CPF
inf1731	A	299978
inf2324	A	317496



Cod	Id	End
inf1731	A	L520
inf1731	A	L512
inf2324	A	L520
<del>inf1732</del>	<del>A</del>	<del>L510</del>



Cod	Id	End	CPF
inf1731	A	L520	299978
inf1731	A	L512	299978
inf2324	A	L520	317496

# Teoria da Normalização

## ■ Notação:

- ▶ Sejam  $R[\mathbf{A}]$ ,  $S[\mathbf{B}]$  e  $T[\mathbf{C}]$  esquemas de relação e  $\Sigma_R$ ,  $\Sigma_S$  e  $\Sigma_T$  os conjuntos de FDs de  $R$ ,  $S$  e  $T$ .
- ▶ Seja  $\mathbf{X} = \mathbf{B} \cap \mathbf{C}$  a lista de atributos comuns a  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{C}$ .
- ▶ Seja  $\mathbf{s}$  um estado para  $R$ .

# Teoria da Normalização

- Decomposição:
  - ▶ S e T formam uma *decomposição de R* sse
    - cada atributo de R ocorre em S ou em T
    - todos os atributos de S e T ocorrem em R
  
  - ▶ Estende-se o estado **s** de R para S e T de tal forma que **s(S)=s(R[B])** e **s(T)=s(R[C])**

# Teoria da Normalização

- Decomposição preservando FDs:
  - ▶ A decomposição de R em S e T *preserva*  $\Sigma_R$  sse
    - para cada FD da forma R:  $X \rightarrow Y$  em  $\Sigma_R$ , existe uma FD da forma S:  $X \rightarrow Y$  em  $\Sigma^+_S$ , ou existe uma FD da forma T:  $X \rightarrow Y$  em  $\Sigma^+_T$
    - para cada FD da forma S:  $X \rightarrow Y$  em  $\Sigma_S$ , existe uma FD da forma R:  $X \rightarrow Y$  em  $\Sigma^+_R$
    - para cada FD da forma T:  $X \rightarrow Y$  em  $\Sigma_T$ , existe uma FD da forma R:  $X \rightarrow Y$  em  $\Sigma^+_R$

# Teoria da Normalização

- Decomposição sem perdas:
  - ▶ S e T formam uma *decomposição sem perdas* de R sse para todo estado  $\mathbf{s}$  de R consistente com  $\Sigma_R$   
 $\mathbf{s}(R) = \mathbf{s}(S \bowtie T)$ , ou seja,  $\mathbf{s}(R) = \mathbf{s}(R[\mathbf{B}] \bowtie R[\mathbf{C}])$
  
- Teorema:
  - ▶ S e T formam uma decomposição sem perdas de R sse existe uma FD da forma S:  $\mathbf{X} \rightarrow \mathbf{B}$  em  $\Sigma^+_S$ , ou existe uma FD da forma T:  $\mathbf{X} \rightarrow \mathbf{C}$  em  $\Sigma^+_T$

# Teoria da Normalização

- Esquema inicial:

Turma[Cod, Id, CPF, Nome]

Turma: Cod, Id → CPF

Turma: CPF → Nome

- Decomposição sem perdas e preservando as FDs:

Resp[Cod, Id, CPF not null]

Prof[CPF, Nome]

Resp: Cod, Id → CPF

Prof: CPF → Nome

Turma	Cod	Id	CPF	Nome	=	Resp	Cod	Id	CPF	⋈	Prof	CPF	Nome
	inf1731	A	299978	Pedro			inf1731	A	299978			299978	Pedro
	inf1731	B	299978	Pedro			inf1731	B	299978			317496	Manuel
	inf2324	A	317496	Manuel			inf2324	A	317496				
	inf1732	A	317496	Manuel			inf1732	A	317496				

= (relação original)

# Teoria da Normalização

- Esquema inicial:

Turma[Cod, Id, CPF, Nome]

Turma: Cod, Id → CPF

Turma: CPF → Nome

- Decomposição com perdas:

Resp[Cod, Id]

Prof[Cod, CPF, Nome]

Prof: CPF → Nome

Turma	Cod	Id	CPF	Nome	=	Resp	Cod	Id	⊗	Prof	Cod	CPF	Nome
	inf1731	A	299978	Pedro		inf1731	A			inf1731	299978	Pedro	
	inf1731	B	317496	Pedro		inf1731	B			inf1731	317496	Manuel	
	inf1731	A	317496	Manuel		inf2324	A			inf2324	317496	Manuel	
	inf1731	B	317496	Manuel		inf1732	A			inf1732	317496	Manuel	
	inf2324	A	317496	Manuel									
	inf1732	A	317496	Manuel									

(contém tuplas não pertencentes à relação original)

# Teoria da Normalização

- Primeira Forma Normal (1NF)
  - ▶ Uma relação R está em 1NF sse todos os atributos são atômicos ou indivisíveis

- Contra-exemplos:

Turma[Cod, Id, {Salas}]

inf1731	A	L512 L520
inf1732	A	L520

Turma[Cod, Id, Salas[End,Capacidade] ]

inf1731	A	512	25
		520	30
inf1732	A	520	30

# Teoria da Normalização

## ■ Segunda Forma Normal (2NF):

- ▶ Seja  $R$  um esquema de relação e  $\Sigma$  o conjunto de dependências definidos para  $R$ .
- ▶  $R$  está em 2NF sse estiver em 1NF e nenhum atributo não-primo de  $R$  por  $\Sigma$  depende funcionalmente de uma parte de uma chave candidata de  $R$  por  $\Sigma$

## ■ Contra-exemplo:

Turma[Cod, Id, End, CPF]

Turma: Cod, Id  $\rightarrow$  CPF

Atrib. não-primo: CPF

Violação de 2NF: Turma: Cod, Id  $\rightarrow$  CPF

inf1731	A	L520	299978
inf1731	A	L512	299978
inf2324	A	L520	319732

# Teoria da Normalização

- Terceira Forma Normal (3NF):

- Seja  $R$  um esquema de relação e  $\Sigma$  o conjunto de dependências definidos para  $R$ .
- $R$  está em 3NF sse estiver em 1NF e para toda FD não-trivial  $R: X \rightarrow A$  em  $\Sigma^+$ ,  $X$  é superchave de  $R$  por  $\Sigma$  ou  $A$  é atributo primo de  $R$  por  $\Sigma$

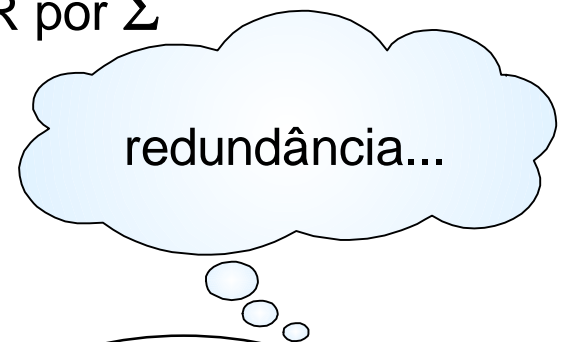
- Contra-exemplo:

Turma[Cod, Id, CPF, Nome]

Turma: CPF  $\rightarrow$  Nome

FD não-trivial: Turma: CPF  $\rightarrow$  Nome  
Violação de 3NF: CPF não é superchave e Nome não é primo

inf1731	A	299978	Joaquim
inf1732	A	299978	Joaquim
inf2324	A	319732	Manoel



# Teoria da Normalização

## ■ Boyce-Codd Normal Form (BCNF):

- ▶ Seja  $R$  um esquema de relação e  $\Sigma$  o conjunto de dependências definidos para  $R$ .
- ▶  $R$  está em BCNF sse estiver em 1NF e para toda FD não-trivial  $R: X \rightarrow A$  em  $\Sigma^+$ ,  $X$  é superchave de  $R$  por  $\Sigma$

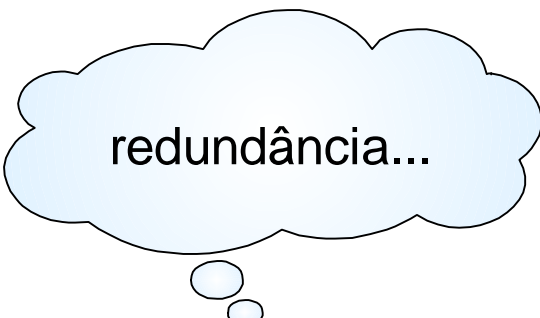
## ■ Contra-exemplo:

Turma[Cod, Id, CPF, Nome]

Turma: CPF  $\rightarrow$  Nome

FD não-trivial: Turma: CPF  $\rightarrow$  Nome

Violação BCNF: CPF não é superchave



inf1731	A	299978	Joaquim
inf1732	A	299978	Joaquim
inf2324	A	319732	Manoel

# Teoria da Normalização

- Algoritmo de decomposição em BCNF:
  - ▶ Entrada: R um esquema de relação  
 $\Sigma$  o conjunto de FDs para R
  - ▶ Saída: um conjunto de esquemas de relação e FDs

Nota:

$FD(S)$  denota o conjunto de FDs de S  
 $Fecho(S)$  denota o fecho das FDs de S

# Teoria da Normalização

```
Resultado := {R};  
OK := falso;  
Compute Fecho(R);  
while (not OK) do
```

```
  if (há um esquema S em Resultado que não está em BCNF)  
  then begin
```

Seja S: X → Y uma FD não trivial em *Fecho*(S) tal que:

X não é uma superchave de S por *FD*(S) e  $X \cap Y = \emptyset$

Remova S de *Resultado*;

Acrescente S' a *Resultado*, onde S' é igual a S, sem os atributos em Y;

Construa *FD*(S') com todas as dependências de S  
que não envolvem atributos em Y;

Compute *Fecho*(S');

Acrescente S"[X, Y] a *Resultado*;

Construa *FD*(S") com todas as dependências de S  
que envolvem apenas os atributos em X e Y;

Compute *Fecho*(S");

**end**

```
else OK := true
```

definição  
de BCNF

otimização

Decomposição  
de S em S' e S"

# Teoria da Normalização

- Propriedades do algoritmo de decomposição:
  - ▶ a decomposição de  $S$  em  $S'$  e  $S''$  é sem perdas, ou seja, é uma lossless decomposition
  - ▶ a decomposição de  $S$  em  $S'$  e  $S''$  pode não preservar dependências funcionais

# Teoria da Normalização

## ■ Problema:

▶ nem sempre é possível decompor uma esquema de relação em outros que estão em BCNF e que preservam as FDs originais

▶ Exemplo:

Alocação[Depto, Disc, Resp]

Alocação: Depto, Disc → Resp

Alocação: Resp → Depto

– Fatos:

- Alocação não está em BCNF pois Resp não é superchave
- Alocação não pode ser decomposta preservando todas as FDs

Alocação[Depto, Disc]

Resp[Resp, Depto]

~~Alocação: Depto, Disc → Resp~~

Resp: Resp → Depto