

Banco de Dados

Módulo 6 - Modelo Relacional Álgebra e Cálculo Relacional

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA
DO RIO DE JANEIRO



Tópicos

- Introdução
- Álgebra Relacional
- Cálculo Relacional

Introdução

- Linguagem de Definição de Dados (LDD):
 - ▶ comandos para definição do esquema lógico e físico do BD

- Linguagem de Manipulação de Dados (LMD):
 - ▶ comandos para especificação de consultas ao BD
 - ▶ comandos para manipulação dos dados no BD:
 - inserção
 - atualização
 - remoção

- Classificação das linguagens:
 - ▶ procedimentais: consultas especificam a ordem de execução das operações necessárias para obter a resposta
 - ▶ declarativas: consultas especificam a resposta, sem indicar que operações devem ser realizadas para obtê-la

Introdução

- **Cálculo Relacional**
 - ▶ linguagem declarativa
 - ▶ paradigma para as linguagens relacionais
- **Álgebra Relacional**
 - ▶ procedimental
 - ▶ mesmo poder de expressão que o Cálculo Relacional
 - ▶ variantes da Álgebra Relacional são usadas internamente pelos SGBDs relacionais durante a otimização de consultas
- **SQL - Structured Query Language**
 - ▶ originária do Cálculo Relacional
 - ▶ “semi-declarativa”
 - ▶ interface padrão dos SGBDs relacionais

Álgebra Relacional

- Álgebra Relacional:
 - ▶ operações mapeiam uma ou mais relações em uma nova relação
 - ▶ algumas operações impõem restrições nas relações de entrada

- Operações:
 - ▶ Básicas:
 - oriundas da teoria de conjuntos: Produto Cartesiano, União e Diferença
 - específicas para relações: Seleção, Projeção e Renomeção
 - ▶ Adicionais
 - oriundas da teoria de conjuntos: Interseção
 - específicas para relações: Divisão e Junção

- Notas:
 - ▶ as operações básicas são suficientes para exprimir as mesmas consultas que o Cálculo Relacional
 - ▶ as operações adicionais ajudam a formular certas consultas que seriam muito complexas de exprimir usando apenas as operações básicas

Álgebra Relacional

- Operações oriundas da Teoria dos Conjuntos:

Operação	Notação	Grau do resultado	Cardinalidade do resultado	Restr.
união	$r \cup s$	$gr(r)=gr(s)$	$\leq n(r) + n(s)$	1, 2
diferença	$r - s$	$gr(r)=gr(s)$	$\leq n(r)$	1, 2
prod. cart.	$r \times s$	$gr(r)+gr(s)$	$n(r) \times n(s)$	--
interseção	$r \cap s$	$gr(r)=gr(s)$	$\leq \min(n(r),n(s))$	1, 2

Restrições:

1. As relações r e s devem ter o mesmo grau (ou aridade)
2. Os atributos correspondentes devem ser compatíveis

Álgebra Relacional

■ Exemplos:

Banco de Dados:

DiscGR

Cod	End	Matr
inf1731	L520	15315
inf1732	L510	11239

DiscPG

Cod	End	Matr
inf2324	L520	24217
inf1732	L510	11239

Operações:

Que disciplinas estão sendo oferecidas..

(1) na GR ou PG?

DiscGR \cup DiscPG

Cod	End	Matr
inf1731	L520	15315
inf1732	L510	11239
inf2324	L520	24217

(2) só na GR?

DiscGR - DiscPG

Cod	End	Matr
inf1731	L520	15315

(3) na GR e na PG?

DiscGR \cap DiscPG

Cod	End	Matr
inf1732	L510	11239

Álgebra Relacional

- Exemplos:

Banco de Dados:

DiscGR

Cod	End	Matr
inf1731	L520	15315
inf1732	L510	11239

Prof

Matr	Nome
15315	Pedro
11239	Manuel
24217	José

Operação:

DiscGR x Prof

Cod	End	Matr	Matr	Nome
inf1731	L520	15315	15315	Pedro
inf1731	L520	15315	11239	Manuel
inf1731	L520	15315	24217	José
inf1732	L510	11239	15315	Pedro
inf1732	L510	11239	11239	Manuel
inf1732	L510	11239	24217	José

Álgebra Relacional

- Operações específicas para relações:

Operação	Notação	Descrição
seleção	$\sigma_P (r)$	tuplas de r que satisfazem o predicado de seleção P
projeção	$\pi_{A_1, \dots, A_n} (r)$	projeção das tuplas de r na lista de atributos A_1, \dots, A_n
renomeação	$\rho_{S[B_1, \dots, B_k]} (e)$	nomeia o resultado da expressão e como $S[B_1, \dots, B_k]$
junção	$r \bowtie_P s$	concatenação das tuplas de r e s que satisfazem o predicado de junção P
equijunção	$r \bowtie s$	concatenação das tuplas de r e s que coincidem nos atributos em comum, eliminando os atributos em duplicata
divisão	$r \div s$	$\pi_{R-S} (r) - ((\pi_{R-S} (r) \times s) - \pi_{R-S,S} (r))$

Álgebra Relacional

■ Exemplos:

Banco de Dados:

DiscGR

Cod	End	Matr
inf1731	L520	15315
inf1732	L510	11239

Consultas:

(1) Que disciplinas de GR ocupam a sala L520?

$\sigma_{\text{End}=\text{L520}}(\text{DiscGR})$

Cod	End	Matr
inf1731	L520	15315

(2) Quais as salas são usadas por quais disciplinas de GR?

$\pi_{\text{Cod,End}}(\text{DiscGR})$

Cod	End
inf1731	L520
inf1732	L510

(3) renomeie e_2 , resultado de (2), para DS[Disc,Sala]

$\rho_{\text{DS}[\text{Disc,Sala}]}(e_2)$

Disc	Sala
inf1731	L520
inf1732	L510

Álgebra Relacional

- Exemplos:

Banco de Dados:

DiscGR

Cod	End	Matr
inf1731	L520	15315
inf1732	L510	11239

Prof

Matr	Nome
15315	Pedro
11239	Manuel
24217	José

Consulta:

(1) Que professores lecionam na graduação?

DiscGR ⋈_{DiscGR.Matr=Prof.Matr} Prof

Cod	End	Matr	Matr	Nome
inf1731	L520	15315	15315	Pedro
inf1732	L510	11239	11239	Manuel

(junção)

DiscGR ⋈ Prof

Cod	End	Matr	Nome
inf1731	L520	15315	Pedro
inf1732	L510	11239	Manuel

(equijunção)

Álgebra Relacional

- Exemplos:

Banco de Dados:

DiscGR

Cod	End	Matr
inf1731	L520	15315
inf1732	L510	11239

Prof

Matr	Nome
15315	Pedro
11239	Manuel
24217	José

Consulta:

(1) Quais disciplinas da GR Pedro leciona?

$$\pi_{\text{Cod}}((\text{DiscGR} \bowtie \pi_{\text{Matr}}(\sigma_{\text{Nome}='Pedro'}(\text{Prof})))$$

Matr	Nome
15315	Pedro

Matr
15315

Cod	End	Matr	Matr
inf1731	L520	15315	15315

Cod
inf1731

Álgebra Relacional

- Definição da divisão:

Sejam R e S esquemas de relações e
r e s relações com os esquemas R e S

$t \in r \div s$ sse

- (1) $t \in \pi_{R-S}(r)$
- (2) para todo $t_s \in s$, existe $t_r \in r$ tal que
 - (2.1) $t_r[S] = t_s[S]$ e
 - (2.2) $t_r[R-S] = t$

- Exemplos:

- Qual a matrícula dos professores que lecionam todas as disciplinas da GR?

$R := PD \div DGr$

PD	Cod	Matr
	inf1731	15315
	inf1732	11239
	inf1732	15315
	inf2324	24217

DGr	Cod
	inf1731
	inf1732

R	Matr
	15315

Álgebra Relacional

- Uma linguagem baseada na Álgebra Relacional:

<programa> ::= <atribuição> | <atribuição> ';' <programa>
<atribuição> ::= <esquema> ':=' <expressão>
<expressão> ::= <operação binária> |
 <seleção> | <projeção> | <junção>

<operação binária> ::= <nome> <operador binário> <nome>
<seleção> ::= 'selecione' <nome> 'onde' <predicado de seleção>
<projeção> ::= 'projete' <nome> 'em' <lista de atributos>
<junção> ::= 'junte' <nome> 'e' <nome> 'onde' <predicado de junção>

<operador binário> ::= 'U' | '-' | 'x' | 'n' | '÷'
<esquema> ::= <nome> {'[' <lista de atributos> ']'}
<nome> ::= <char> | <char> <nome>
<lista de atributos> ::= <nome> | <nome> <lista de atributos>
<char> ::= 'a' | 'b' | ...

Álgebra Relacional

■ Uma linguagem baseada na Álgebra Relacional (cont.):

<predicado de seleção> ::=
 <termo-seleção><comparação><termo-seleção> |
 '¬' <predicado de seleção> |
 '(<predicado de seleção><conectivo><predicado de seleção>)';

<termo-seleção> ::= <nome-atributo> | <valor>;

<predicado de junção> ::=
 <termo-junção><comparação><termo-junção> |
 '¬' <predicado de seleção> |
 '(<predicado de seleção><conectivo><predicado de seleção>)';

<termo-junção> ::= <nome-relação>'.<nome-atributo>;

<comparação> ::= '<' | '≤' | '=' | '≥' | '>';

<conectivo> ::= 'e' | 'ou';

<nome-atributo> ::= <nome>

<nome-relação> ::= <nome>

Álgebra Relacional

Expressão	Restrições
$E \cup F, E - F, E \cap F$	$gr(E)=gr(F)$ e E e F têm atributos compatíveis
$R := E$	omite-se a lista de atributos de R quando for possível determiná-los a partir de E
<i>selecione R onde P</i>	P é predicado de seleção para R, ou seja, os termos de P só envolvem atributos de R
<i>projete R em A_1, \dots, A_n</i>	A_1, \dots, A_n são atributos de R
<i>junte R e S onde P</i>	P é predicado de junção para R e S, ou seja, os termos só envolvem expressões da forma R.A, onde A é um atributo de R, ou da forma S.A, onde A é um atributo de S e as comparações são sobre termos de relações diferentes

Álgebra Relacional

- Exemplos:

- ▶ Esquema Relacional do Banco de Dados:

Disc[Cod, End, Matr, Nível]

Prof[Matr, Nome, Idade]

- ▶ Estado do Banco de Dados:

Disc	Cod	End	Matr	Nível
	inf1731	L520	15315	GR
	inf1732	L510	11239	GR
	inf1732	L520	15315	GR
	inf2324	L520	24217	PG

Prof	Matr	Nome	Idade
	15315	Pedro	46
	11239	Manuel	33
	24217	José	66

Álgebra Relacional

- Exemplos (cont.):

- ▶ Qual a matrícula dos professores que lecionam disciplinas na L520?

$R1 := \textit{selecione Disc onde End} = L520;$

$R2 := \textit{projete R1 em Matr};$

ou, equivalentemente:

$R1 := \textit{projete Disc em End, Matr};$

$R2 := \textit{selecione R1 onde End} = L520;$

$R3 := \textit{projete R2 em Matr};$

Álgebra Relacional

■ Exemplos (cont.):

- ▶ Qual o nome dos professores com mais de 45 anos que lecionam disciplinas na GR?

$R1 := \text{junte Disc e Prof onde DiscPG.Matr} = \text{Prof.Matr};$

$R2 := \text{selecione } R1 \text{ onde Nível} = \text{GR e Idade} > 45;$

$R3 := \text{projete } R2 \text{ em Nome};$

ou, equivalentemente:

$R1 := \text{selecione Disc onde Nível} = \text{GR};$

$R2 := \text{selecione Prof onde Idade} > 45;$

$R3 := \text{junte } R1 \text{ e } R2 \text{ onde } R1.\text{Matr} = R2.\text{Matr};$

$R4 := \text{projete } R3 \text{ em Nome};$

Álgebra Relacional

■ Exemplos (cont.):

- Qual a matrícula dos professores que lecionam todas as disciplinas da GR?

R1 := *selecione* Disc onde Nível = GR;

R2 := *projete* R1 em Cod;

R3 := *projete* Disc em Cod, Matr;

R4 := R3 ÷ R2;

Disc	Cod	End	Matr	Nível
	inf1731	L520	15315	GR
	inf1732	L510	11239	GR
	inf1732	L520	15315	GR
	inf2324	L520	24217	PG

R1	Cod	End	Matr	Nível
	inf1731	L520	15315	GR
	inf1732	L510	11239	GR
	inf1732	L520	15315	GR

R2	Cod
	inf1731
	inf1732

R3	Cod	Matr
	inf1731	15315
	inf1732	11239
	inf1732	15315
	inf2324	24217

R4	Matr
	15315

Álgebra Relacional

- Propriedades dos operadores:

- ▶ Comutatividade e distributividade da seleção:

$$\begin{aligned}\sigma_P(\sigma_Q(r)) &= \sigma_Q(\sigma_P(r)) \\ \sigma_{P \wedge Q}(r) &= \sigma_P(\sigma_Q(r))\end{aligned}$$

- ▶ Comutatividade e associatividade da junção:

$$\begin{aligned}r \bowtie_P s &= s \bowtie_P r \\ (r \bowtie_P s) \bowtie_Q t &= r \bowtie_P (s \bowtie_Q t)\end{aligned}$$

- ▶ Comutatividade entre seleção e projeção:

$$\sigma_P(\pi_{A_1, \dots, A_n}(r)) = \pi_{A_1, \dots, A_n}(\sigma_P(r))$$

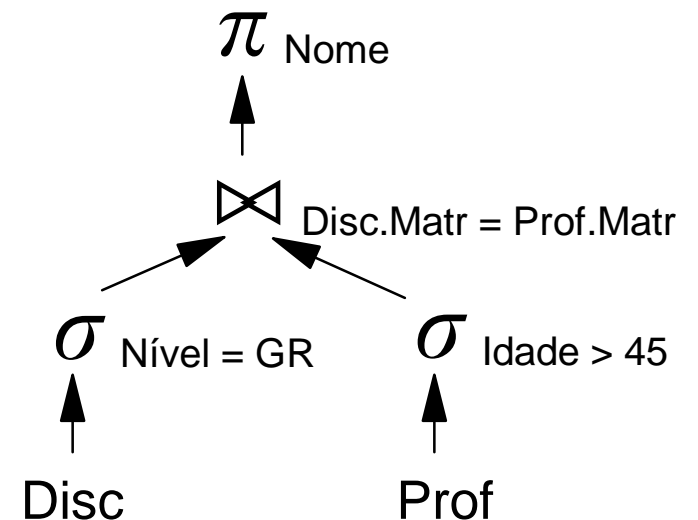
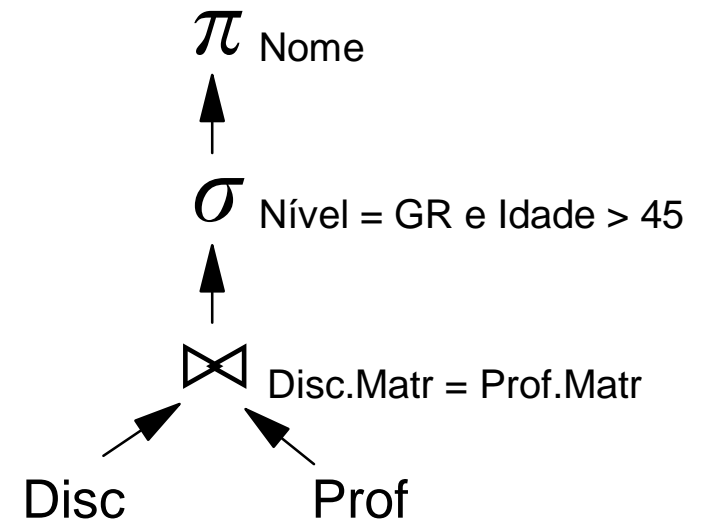
- ▶ (muitas outras propriedades úteis à otimização de consultas...)

Álgebra Relacional

■ Representação de expressões por árvores:

R1 := *junte* Disc e Prof
 onde DiscPG.Matr = Prof.Matr;
R2 := *selecione* R1
 onde Nível = GR e Idade > 45;
R3 := *projete* R2 *em* Nome;

R1 := *selecione* Disc
 onde Nível = GR;
R2 := *selecione* Prof
 onde Idade > 45;
R3 := *junte* R1 e R2
 onde R1.Matr = R2.Matr;
R4 := *projete* R3 *em* Nome;



Cálculo Relacional

- Expressão do Cálculo Relacional:

$$\{ r / P(r) \}$$

onde

r é uma *variável varrendo tuplas*

$P(r)$ é uma fórmula cuja única variável livre é r

Cálculo Relacional

- Fórmulas atômicas:

$$\begin{aligned} r_1 &\in R \\ r_1[A_1] \theta r_2[A_2] \\ r_1[A_1] \theta c \end{aligned}$$

onde

r_1 e r_2 são variáveis varrendo tuplas
 A_1 e A_2 são atributos definidos para r_1 e r_2
 R é um nome de relação
 θ é um operador de comparação

- se P_1 e P_2 são fórmulas, então as expressões também são fórmulas:

$$\begin{aligned} (P_1) \\ \neg P_1 \quad (P_1 \wedge P_2) \quad (P_1 \vee P_2) \quad (P_1 \Rightarrow P_2) \\ (\forall r_1 \in R)(Q) \quad (\exists r_1 \in R)(Q) \end{aligned}$$

Cálculo Relacional

■ Restrição:

▶ as fórmulas devem ser *seguras*

▶ exemplos:

$\neg(r_1 \in R)$ não é segura

$(\forall r_1 \in T)(\neg(r_1 \in R))$ é segura

$r_1 \in T \wedge \neg(r_1 \in R)$ é segura

$r_1 \in T \vee \neg(r_1 \in R)$ não é segura

Cálculo Relacional

■ Exemplos (cont.):

- ▶ Qual a matrícula dos professores que lecionam disciplinas na L520?

$$\{ t / (\exists s \in \text{Disc}) (t = s[\text{Matr}] \wedge s[\text{End}] = \text{L520}) \}$$

- ▶ Qual o nome dos professores com mais de 45 anos que lecionam disciplinas na GR?

$$\{ n / (\exists r \in \text{Prof}) (\exists s \in \text{Disc}) \\ (n = r[\text{Nome}] \wedge r[\text{Idade}] > 45 \wedge s[\text{Nível}] = \text{GR} \wedge r[\text{Matr}] = s[\text{Matr}]) \}$$

- ▶ Qual a matrícula dos professores que lecionam todas as disciplinas da GR?

$$\{ m / (\exists p \in \text{Prof}) (m = p[\text{Matr}] \wedge \\ ((\forall s \in \text{Disc}) (s[\text{Nível}] = \text{GR} \Rightarrow \\ (\exists t \in \text{Disc}) (p[\text{Matr}] = t[\text{Matr}] \wedge s[\text{Cod}] = t[\text{Cod}])))) \}$$