

INF2217 – Lógica e Especificação

Linguagens de Primeira Ordem

-

Teorias de Primeira Ordem

Marco A. Casanova



19/8/2008

(c) MAC / KKB - PUC-Rio

1

Referências

- [CGF] Seção 2.5
- [BL] Capítulo 3

19/8/2008

(c) MAC / KKB - PUC-Rio

2

Teorias de Primeira Ordem

- **Teoria de primeira ordem:**
 - $T=(A,Q)$
 - A é um alfabeto de primeira ordem
 - Q é um conjunto de sentenças sobre A
- **Modelo de uma teoria $T=(A,Q)$:**
 - modelo de Q

Exemplo

- **Dicionário de Programas e Arquivos:**
 - catálogo de programas e arquivos, indicando:
 - a linguagem em que cada programa foi escrito
 - a organização de cada arquivo
 - os programas chamados por cada programa
 - os arquivos usados por cada programa
- **Problema:**
 - formalização do dicionário como uma teoria de primeira ordem

Exemplo de Alfabeto

- **Alfabeto do dicionário:**

- símbolos não-lógicos do alfabeto:

- constantes: cadeias finitas de letras minúsculas do alfabeto latino
- símbolos predicativos unários: objeto
 programa
 arquivo
- símbolos predicativos binários: chama
 usa
 é-usado-por
 depende
- símbolos funcionais unários: linguagem
 organização

Exemplos de Fórmulas

- **Informação positiva (Fatos):**

programa(a)

chama(a,b)

linguagem(a) = fortran

- **Informação negativa:**

~arquivo(a)

~usa(a,c)

~(organização(c) = sequencial)

- **Informação incompleta:**

programa(a) v programa(b)

Exemplos de Fórmulas

- **Terminologias:**

- descrições das classes de objetos
- descrições das relacionamentos entre objetos
- descrições dos atributos dos objetos

Exemplos de Fórmulas

- **Descrições das classes de objetos**

- Classes disjuntas:

$\sim\exists x(\text{programa}(x) \wedge \text{arquivo}(x))$ que é equivalente a

$\forall x(\sim\text{programa}(x) \vee \sim\text{arquivo}(x))$ que é equivalente a

$\forall x(\text{programa}(x) \Rightarrow \sim\text{arquivo}(x))$ que é equivalente a

$\forall x(\text{arquivo}(x) \Rightarrow \sim\text{programa}(x))$

Exemplos de Fórmulas

- **Descrições das classes de objetos**

- Especialização:

$$\forall x(\text{programa}(x) \Rightarrow \text{objeto}(x))$$

$$\forall x(\text{arquivo}(x) \Rightarrow \text{objeto}(x))$$

- Especialização total:

$$\forall x(\text{objeto}(x) \Rightarrow (\text{programa}(x) \vee \text{arquivo}(x)))$$

Exemplos de Fórmulas

- **Descrições dos relacionamentos entre objetos**

- Definição das classes envolvidas em um relacionamento:

$$\forall x \forall y (\text{usa}(x,y) \Rightarrow \text{programa}(x) \wedge \text{arquivo}(y))$$

- Relacionamento transitivo:

$$\forall x \forall y \forall z (\text{depende}(x,y) \wedge \text{depende}(y,z) \Rightarrow \text{depende}(x,z))$$

- Relacionamento inverso:

$$\forall x \forall y (\text{usa}(x,y) \Rightarrow \text{é-usado-por}(y,x))$$

$$\forall x \forall y (\text{é-usado-por}(y,x) \Rightarrow \text{usa}(x,y))$$

Exemplos de Fórmulas

- **Descrições dos atributos dos objetos**

- Domínio de uma propriedade:

$\forall x \forall y(\text{linguagem}(x)=y \Rightarrow \text{programa}(x))$ ou equivalentemente

$\forall x (\exists y(\text{linguagem}(x)=y) \Rightarrow \text{programa}(x))$

- Contra-domínio de uma propriedade:

$\forall x \forall y(\text{linguagem}(x)=y \Rightarrow (y=\text{fortran} \vee y=\text{pascal} \vee y=\text{cobol} \vee y=\text{prolog}))$

- Totalidade de uma classe com relação a uma propriedade:

$\forall x (\text{programa}(x) \Rightarrow \exists y(\text{linguagem}(x)=y))$

Exemplos de Fórmulas

- **Definição (formal):**

- novo símbolo predicativo unário:

progr-fortran

- definição:

$\forall x(\text{progr-fortran}(x) \Leftrightarrow (\text{programa}(x) \wedge \text{linguagem}(x)=\text{fortran}))$

Exemplo de Teoria

- **Dicionário (Versão 1)**

- teoria $D = (A, P)$, onde:
 - A é o alfabeto definido anteriormente
 - P é o conjunto de fórmulas definido anteriormente (completar!), descrevendo as propriedades desejadas
- estados do dicionário:
 - modelos da teoria
- uso do dicionário:
 - idêntico a um banco de dados
 - atualizações:
 - estado muda, mas teoria permanece a mesma

Exemplo de Teoria

- **Dicionário (Versão 1)**

- modelo J da teoria D (estado do dicionário):
 - universo: cadeias de letras maiúsculas da língua portuguesa
 - interpretação das constantes:
 - elas próprias, em maiúsculas
 - exemplo: $J(\text{fortran}) = \text{FORTRAN}$
 - interpretação dos outros símbolos não-lógicos:
 - por enumeração
 - deve satisfazer os axiomas da teoria
 - exemplo: $J(\text{objeto}) = \{a, b, c, d\}$
 $J(\text{programa}) = \{a, b\}$
 $J(\text{arquivo}) = \{c, d\}$

Exemplo de Teoria

- **Dicionário (Versão 2)**

- teoria $D = (A, P \cup F)$, onde:

- **A** é o alfabeto definido anteriormente
- **P** é o conjunto de fórmulas descrevendo as propriedades desejadas
- **F** é o conjunto de fatos que compõem o estado em um dado instante

- estados do dicionário:

- modelos da teoria

- uso do dicionário:

- consulta: dedução de fatos a partir da teoria **D**
- atualização:
 - modificações em **F** de tal forma que $P \cup F$ continue consistente
 - **P** faz o papel de restrições de integridade para atualizações

Exemplo de Teoria

- **Dicionário (Versão 2)**

- exemplo de estado:

objeto(a)
objeto(b)
objeto(c)
objeto(d)

programa(a)
programa(b)

arquivo(c)
arquivo(d)

...

(completar...)